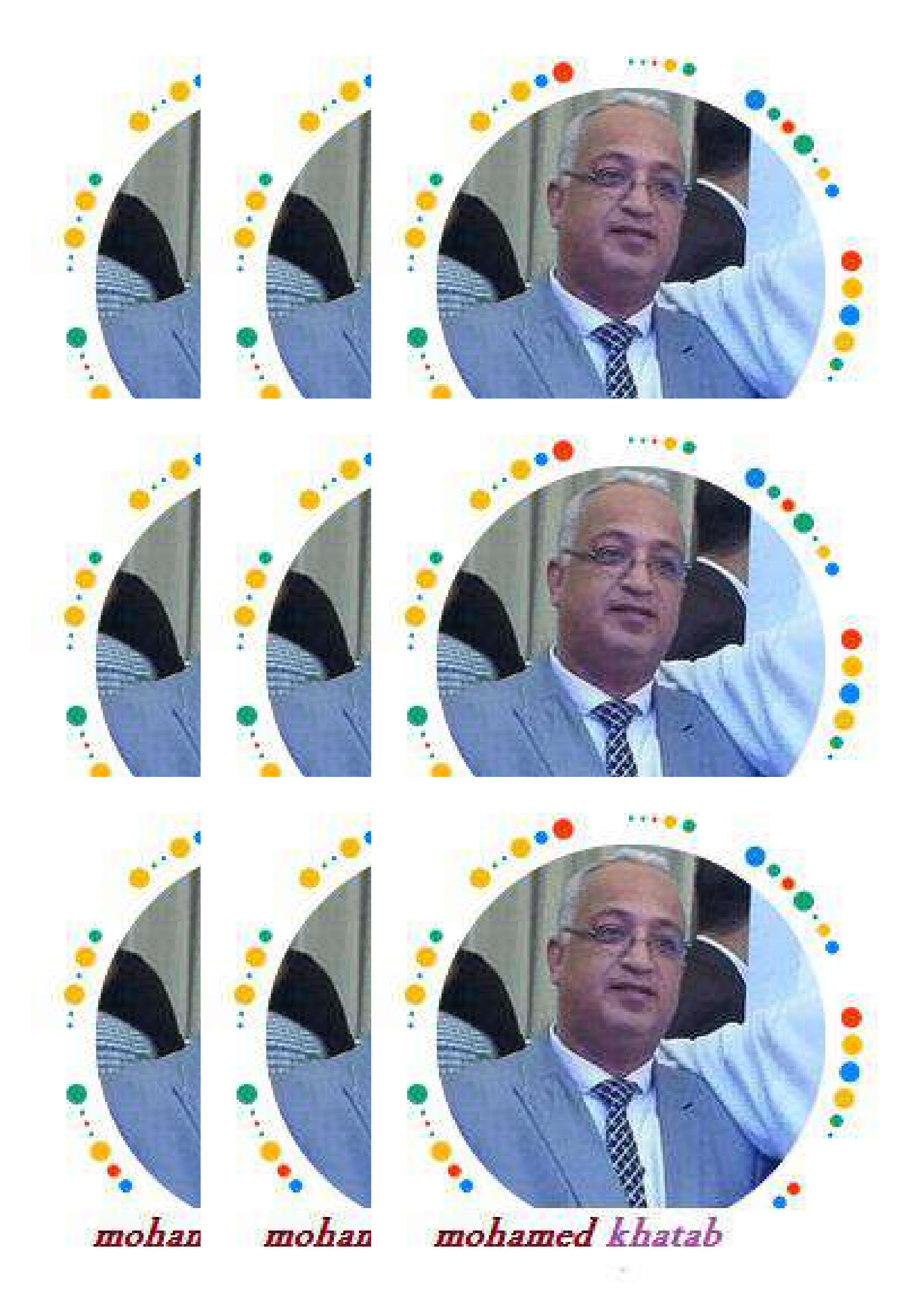
ڤيرنر هايزنبرج

المبادئ الفيزيائية لنظرية الكم

ترجمة
أ.د. محمد صبري عبد المطلب
أ.د. إنتصارات محمد حسن الشبكي

المبادئ الفيزيائية لنظرية الكم


mohan
mohan
mohamed khatab

المبادئ الفيزيائية لنظرية الكم

تأليف
ڤيرنر هايزنبرج
حاصل على جائزة نوبل

ترجمة
أ.د./ محمد صبري عبد المطلب
أ.د./ انتصارات محمد حسن الشبكي





The Physical Principles of the Quantum Theory

Werner Heisenberg

المبادئ الفيزيائية لنظرية الكم

ڤيرنر هايزنبرج

الطبعة الثانية ١٤٣٢هـ-٢٠١١م
رقم إيداع ٢٠٠٩/٤٧٨٩

كلمة
إن هيئة أبو ظبي للثقافة والتراث (كلمة) غير مسئولة عن آراء المؤلف وأفكاره
وإنما يعبّر الكتاب عن آراء مؤلفه
ص.ب. ٢٣٨٠ أبوظبي، الإمارات العربية المتحدة
هاتف: ‎+٩٧١ ٢ ٦٣١٤٤٦٨ **فاكس:** ‎+٩٧١ ٢ ٦٣١٤٤٦٢
الموقع على شبكة الإنترنت: www.kalima.ae
البريد الإليكتروني: info@kalima.ae

كلمات عربية للترجمة والنشر
إن كلمات عربية للترجمة والنشر غير مسئولة عن آراء المؤلف وأفكاره
وإنما يعبّر الكتاب عن آراء مؤلفه
ص.ب. ٥٠، مدينة نصر ١١٧٦٨، القاهرة
جمهورية مصر العربية
تليفون: ‎+٢٠٢ ٢٢٧٢٧٤٣١ **فاكس:** ‎+٢٠٢ ٢٢٧٠٦٣٥١
البريد الإليكتروني: kalimatarabia@kalimatarabia.com
الموقع الإليكتروني: http://www.kalimatarabia.com

هايزنبرج، ڤيرنر
المبادئ الفيزيائية لنظرية الكم / ڤيرنر هايزنبرج . - القاهرة : كلمات عربية للترجمة والنشر، ٢٠٠٩
١٧٨ص، ١٤٫٥×٢١٫٠سم
تدمك: ٠ ٢٦ ٦٢٦٣ ٩٧٧ ٩٧٨
١- نظرية الكم
أ- عبد المطلب، محمد صبري (مترجم)
ب- العنوان
٥٣٠٫١٢

المحتويات

تقديم للطبعة الإنجليزية

إنه لسرور غير عادي أن أقدم محاضرات شيكاغو للأستاذ هايزنبرج عن «الأسس الفيزيائية لنظرية الكم» وذلك لقاعدة أعرض من القراء عمن استطاعوا حضورها حين ألقيت أصلاً.

فريادة الأستاذ هايزنبرج في تنمية علم ميكانيكا الكم الجديدة يعترف بها هؤلاء المتابعون لإنمائها. وكحقيقة، كان هو أول من رأى بوضوح أننا كنا نصف أطيافنا بدلالة ميكانيكيات ذرية لا يمكن أن تُحصد بها معرفة محددة، وذلك في الأطر القديمة لنظرية الكم. وهو أول من وجد طريقة لتفسير (أو على الأقل لوصف) الظواهر الطيفية دون فرض لوجود مثل هذه الميكانيكيات الذرية. كما أن «قاعدة عدم اليقين» أصبحت الجملة الشائعة في خلال جامعاتنا، وإنها لفرصة مثمرة أن نتعلم معناها ممن كان مسئولاً عن صياغتها.

وتزايد تأكيد فهمنا الأحسن للأحداث على النطاق الذري بالقوة الكامنة في ميكانيكا الكم الجديدة. فتركيب ذرة الهيليوم، ووجود أنصاف أعداد كم في حزم الأطياف، والتوزيع الفراغي المستمر للإلكترونات الضوئية، كبعض أمثلة تذكر، هي إنجازات للنظرية الجديدة التي كانت تحير القديمة.

ولم تكتمل بعد، بدون شك، كتابة هذا الفصل في تاريخ الفيزياء، إلا أنها قد تقدمت إلى مرحلة التأمل المثمر لاعتبار أهمية ما كتب. وكنا فعلاً محظوظين، في دراستنا هذه، لوجود الأستاذ هايزنبرج لتوجيه أفكارنا.

أرثر هـ. كمبتون

مقدمة

منحتني تلك المحاضرات التي ألقيتها في ربيع عام ١٩٢٩ بجامعة شيكاجو الفرصة كي أراجع مرة أخرى المبادئ الأساسية لنظرية الكم. ومنذ الدراسات الحاسمة لبور Bohr عام ١٩٢٧م لم توجد تعديلات جوهرية في هذه الأسس، كما أن العديد من التجارب قد أكدت أهمية تبعات النظرية (مثل أثر رامان Raman).

وبالرغم من ذلك فإننا نجد اليوم لدى كثير من الفيزيائيين نوعًا من الإيمان بصحة الأسس الجديدة أكثر من الفهم الواضح، لهذا بدت لي مدى الحاجة إلى نشر محاضرات شيكاجو في كتيب صغير.

ونظرًا لأن الوعاء الرياضي لنظرية الكم متاح في عدد من الكتب الممتازة، ومعروف للأغلبية أكثر من فهم الأسس الفيزيائية، فقد ألحقت الكتاب بعضاً من المعادلات.

وفي نص الكتاب حاولت فقط قدر الإمكان استخدام الصيغ الرياضية البدائية والحسابية.

وقد وضعت في نص الكتاب توكيدًا خاصًّا على التكافؤ التام بين مفهومي الجسيم والموجة، الذي يعكس جليًّا الصياغة الجديدة للنظرية.

فمفهوم التماثل الواسع للكتاب بالنسبة للكلمات «جسيم» و«موجة» يبين عدم تحصيل أي شيء من مناقشة القضايا الأولية (مثل السببية) من حيث فصل واحدة عن الأخرى.

وقد حاولت بوضوح قدر الإمكان تبيان الفرق بين المكان-الزمان في النظرية الموجية من جهة وموجات شرودنجر في الفضاء من جهة أخرى.

ولا يوجد في الكتاب أي كلمة من المنشورات السابقة، خاصة دراسات بور (Bohr كوبنهاجن-الدنمرك)، وقد يجوز لي التعبير بأن الكتاب قد حقق الهدف منه إذا ما ساهم في نشر ما يعرف «بروح كوبنهاجن لنظرية الكم» التي قادت كل التطور في الفيزياء الذرية الحديثة.

وأشكر في المقام الأول السادة الدكاترة س. إيكارت Eckart وف. هويت Hoyt من جامعة شيكاجو ليس فقط لجهودهما في الترجمة إلى الإنجليزية، بل أيضًا لجهودهما في تحسين الكتاب بالعمل على العديد من الأجزاء ومنحي ثمار نصيحتهم. كما أني ممتن للدكتور ج. بك Beek لقراءته مسودة الطبعة الألمانية ولمساعدته القيمة في إعداد النص.

ف. هايزنبرج

ليبزج، ٣ مارس ١٩٣٠

الفصل الأول

تمهيد

١- النظرية والتجربة

يمكن وصف تجارب الفيزياء ونتائجها بلغة الحياة اليومية. لذا فإذا ما لم يتطلب الفيزيائي نظرية ما لتفسير نتائجه، واكتفى — قل — بوصف الخطوط المبينة في ألواح فوتوغرافية (مثلًا)، فإن كل شيء سيصبح سهلًا، ولا توجد حاجة لمناقشة المعرفية Epistemological، وتنشأ الصعوبات عند محاولة تصنيف النتائج لإقامة علاقة السبب والأثر بينهما — باختصار، لبناء نظرية.

هذه العملية لا تطبق فقط على نتائج التجربة العلمية، لكن، في مدى العمر، على أبسط خبرات الحياة اليومية، وبهذه الطريقة تكونت كل المفاهيم (Concepts) وفي السياق، فالإثبات العملي ذو الأساس الصلد غالبًا ما يترك، وتقبل بدون حرج التعميمات، إلى أن تصبح التناقضات واضحة بين النظرية والتجربة.

ولتجنب هذه التناقضات نرى ضرورة تطلب عدم إدخال أي مفهوم في نظرية ما لم يتم تحقيقه عمليًّا على الأقل لنفس درجة الدقة للتجارب التي توصف بالنظرية.

وللأسف فمن المستحيل تحقيق هذا المتطلب، حيث الأفكار والكلمات الأكثر شيوعًا سوف تستبعد.

ولتجنب هذه الصعوبات نُصح بإدخال كثير من المفاهيم لنظرية فيزيائية ما، دون محاولة تبريرها بصرامة. ومن ثم يسمح للتجربة أن تقرر عند أي نقط ستكون المراجعة ضرورية.

لذا كان ما يميز النظرية الخاصة للنسبية أن مفاهيم «المسطرة» و«الساعة» كانت عرضة للنقد على ضوء التجربة، حيث يتضح أن المفاهيم العادية تتضمن فرض وجود (في الأساس، على الأقل) إشارات تنتشر بسرعة غير محدودة. وعندما تصبح مثل هذه الإشارات غير موجودة في الطبيعة، فمهمة محو هذا الفرض الضمني من كل الاستنتاجات المنطقية معمول بها، مع نتيجة أنه قد وجد تفسير متوافق للحقائق التي اعتبرت متناقضة، وجلبت النظرية العامة للنسبية أكبر خروج جذري عن المفاهيم الكلاسيكية للعالم، حيث قبلت فقط بدون حرج مفهوم تطابق المكان والزمان. وطبقًا لهذه النظرية، تطبق فقط اللغة العادية (وهي المفاهيم الكلاسيكية) لوصف التجارب التي فيها قد يعتبر كل من ثابت الجاذبية ومقلوب سرعة الضوء مقادير صغيرة مهملة.

وبالرغم من أن نظرية النسبية تتطلب القابلية للفكر المجرد، فإنها لا تزال توفي المتطلبات التقليدية للعلم مادامت تسمح بتقسيم العالم إلى موضوع وشيء (المُلاحِظ والمُلاحَظ) ومن ثم صياغة واضحة لقانون السببية. لكن هذه هي النقطة التي تبدأ عندها صعوبات نظرية الكم، في الفيزياء لا تحتاج مفاهيم «الساعة» و«المسطرة» إلى اعتبار فوري، لوجود مجال كبير للظواهر التي فيها $1/c$ تكون مهملة. ومن الجهة الأخرى، تحتاج مفاهيم «تطابق المكان–الزمن» و«الملاحظات» إلى إجراء تنقيح كامل. ولمتابعة المناقشات يكون التفاعل بين المُلاحِظ والشيء؛ ففي نظريات الفيزياء الكلاسيكية كان دائمًا يفترض أن يكون هذا التفاعل صغيرًا فيهمل، أو غير ذلك، لكن إزالة أثر التفاعل من النتيجة بحسابات على أساس تجارب «كنترول». هذا الافتراض غير مسموح به في الفيزياء النظرية؛ فالتفاعل بين المُلاحِظ والشيء يسبب تغيرات غير محكومة وكبيرة في النظام المشاهَد، بسبب التغيرات غير المتصلة المميزة للعمليات الذرية، وتكون النتيجة المباشرة لهذه الحالة أنه في

كل تجربة تجرى لتعيين بعض الكميات العددية تحول معرفة الأخرى إلى وهم، لأن الاضطراب غير المحكوم في النظام المشاهد سيغير من قيم المقادير المعينة سابقًا.

وإذا ما تتبعت هذه الاضطرابات بتفاصيلها الكمية quantitative، يظهر أنه في حالات كثيرة لا يمكن الحصول على تعيين دقيق آني في نفس الوقت لمقادير متغيرة، بل إنه يوجد حد أدنى للدقة التي بها يمكن معرفة هذه المقادير.[١]

إن أول نقطة مبدئية لنقد نظرية النسبية كان الفرض بأنه لا توجد إشارة ذات سرعة أكبر من سرعة الضوء، وبطريقة مماثلة، فإن الحد الأدنى للدقة التي بها يمكن معرفة آنية للمتغيرات يمكن صياغتها كقانون الطبيعة nature (بصورة يطلق عليها علاقات عدم اليقين) وصنعت أول نقطة مبدئية للنقد الذي كوّن موضوع الصفحات التالية.

أعطتنا علاقات عدم اليقين ذلك المقياس للتحرر من قيود المفاهيم الكلاسيكية الضرورية للوصف المتوافق للعمليات الفيزيائية. وعليه سيكون برنامج الاعتبارات التالية كما يلي: أولًا، دراسة استقصائية عامة لكل المفاهيم التي اقترح تقديمها بالتجارب الذرية؛ وثانيًا، لتحديد نطاق تطبيق هذه المفاهيم؛ ثالثًا، لتبيان أن المفاهيم قد حددت، بجانب الصياغة الرياضية لنظرية الكم من خطة متوافقة ذاتيًّا.

٢- المفاهيم الأساسية لنظرية الكم

يمكن تقديم أهم مفاهيم الفيزياء الذرية من التجارب التالية:

(أ) صور ويلسن[٢]

تسبب أشعة α وβ المنبعثة من العناصر المشعة تكثيف قطرات صغيرة عندما يسمح لها بالمرور خلال بخار ماء فوق مشبع، لا تتوزع هذه القطرات عشوائيًّا، لكنها تترتب على طول مضامير (tracks)، تصبح في حالة أشعة α



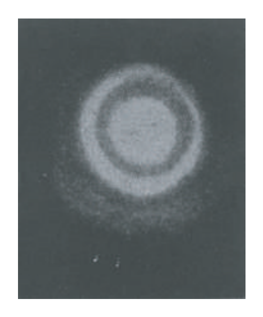
شكل ١: مضامير جسيمات-α في حجرة ويلسون.

(شكل ١) خطوطًا شبه مستقيمة، بينما في حالة أشعة β تكون منحنية بدون انتظام. إن وجود المضامير واتصالها يظهر أن الأشعة ربما تعتبر كسيل من الجسيمات الصغيرة التي تتحرك بسرعة كبيرة. وكما هو معروف جيدًا، يمكن تعيين كتلة وشحنة هذه الجسيمات من انحراف deflection هذه الأشعة بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية.

(ب) حيود Diffraction الموجات
(دفسون وجرمر،[٣] وطومسون،[٤] ورَب[٥])

بعد أن ظل إعتبار أشعة β كسيل من الجسيمات لمدة ١٥ عام بدون تحدي، أجريت سلسلة أخرى من التجارب التي بينت أنها يمكن أن تحيد وقادرة على التداخل وكأنها موجات. فتجربة طومسون نموذج لهذه التجارب وفيها مر شعاع من أشعة β المصنعة ذات طاقة متوسطة خلال شريحة رقيقة من المادة.

تتكون الشريحة من بلورات صغيرة ذات اتجاهات عشوائية، لكن الذرات في كل بلورة مرتبة بانتظام. ويعرض على لوح فوتوغرافي الأشعة الساقطة حلقات من الظلام (شكل ٢) كأن هذه الأشعة موجات قد حيدت بالبلورات الصغيرة. ومن أقطار الحلقات وتركيب البلورات يمكن تعيين



شكل ٢: حيود الإلكترونات بمرورها خلال شريحة رقيقة من المادة.

طول هذه الموجات ووجت لتكون $\lambda = h/mv$، حيث m وv هي كتلة وسرعة الجسيمات على الترتيب كما عينت بالتجربة المذكورة سلفًا.[٦]

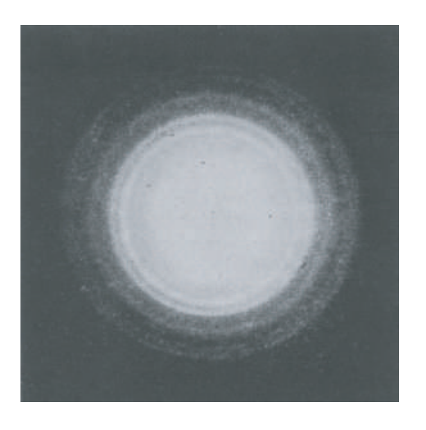
(ج) حيود أشعة X

وكان ضروريًّا على وجه العموم اعتبار نفس التفسير المزدوج في حالة الضوء والأشعة الكهرومغناطيسية.

وسادت هذه النظرية غيرها لسنين كثيرة، بعد أن فندت اعتراضات نيوتن على النظرية الموجية للضوء وشرحت ظاهرة التداخل بواسطة فرينل Fresnel، حتى أوضح أينشتين[٧] أن تجارب لينارد على الأثر الكهرضوئي يمكن شرحها بنظرية الجسيمات Corpuscular.

وربط أينشتين بين كمية الحركة (العزم) لجسيمات افتراضية وبين طول الموجة للأشعة بواسطة صيغة مسلّمة هي $p = h/\lambda$ (انظر ٢ب).

وضرورة كلا التفسيرين تكون واضحة على وجه الخصوص في حالة أشعة X: إذا مر شعاع متجانس من أشعة X خلال كتلة بلورية، واستقبلت الأشعة المنبثقة على لوح فوتوغرافي (شكل ٣)، فالنتيجة تكون مماثلة جدًّا لنتيجة تجربة ج. ب. طومسون، ويمكن استنتاج أن أشعة X تكون شكلًا من الحركة الموجية بطول موجي يمكن تعيينه.

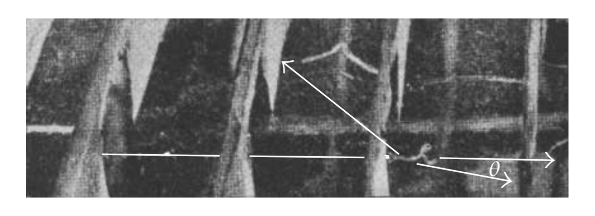


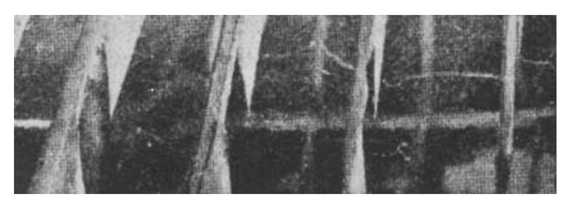
شكل ٣: حيود أشعة X بمسحوق أكسيد ماغنيسيوم MgO.

(د) تجربة كمبتون-سيمون[٨]

يتشتت شعاع من أشعة X بواسطة الجزيئات إذا مر خلال بخار ماء فوق مشبع. وارتداد الإلكترونات هو نتائج ثانوية للتشتت، والظاهر أن الإلكترونات جسيمات ذات طاقة كبيرة حدثت أنها تكون مضامير من القطرات المكثفة كما فعلت أشعة β وهذه المضامير ليست بطويلة، وتوجد باتجاهات عشوائية. ومن الظاهر أنها نشأت داخل المنطقة التي عبرتها أشعة X.

والنواتج الثانوية للتشتت هي (الكهرضوء) الإلكترونات الضوئية Photoelectrons، التي أكدت نفسها بالمضامير الطويلة لقطرات المياه المكثفة. وتحت ظروف مناسبة، تنشأ هذه المسارات عند نقاط خارج حزمة أشعة X الأولية، لكن ثنائي الناتج الثانوي يكونان على صلة ببعضهما. وإذا ما افترض أن حزمة شعاع X تتكون من سيل من جسيمات الضوء (الفوتونات) وأن عملية التشتت هي اصطدام فوتون مع واحد من إلكترونات الجزيء، ونتيجة لذلك يرتد الإلكترون في الاتجاه الملاحظ، ومسلمة أينشتين المعنية بالطاقة وكمية الحركة للفوتونات تمكن من حساب اتجاه الفوتون بعد تصادمه. هذا الفوتون سيصطدم مع جزيء ثان، ويعطي ما تبقى من





شكل ٤: صورة توضح إرتداد الإلكترون والإلكترون الضوئي المصاحب والمحرر بواسطة أشعة X. الصورة العليا توضح الإرتداد بالأسهم.

طاقته إلى إلكترون (كهرضوئي). (شكل ٤) هذا الافتراض قد تحقق كميًّا quantitatively.

(هـ) تجارب فرانك وهيرتز للتصادم[٩]

عند إمرار شعاع من إلكترونات بطيئة بسرعة متجانسة خلال غاز ما، فإن التيار الكهربي (الإلكتروني) سيتغير كدالة في السرعة وعند نقطة معينة من السرعة (الطاقة) سيتغير بشكل غير متصل.

وتحليل هذه التجارب أدى إلى استنتاج أنه يمكن للغاز أن تحمل قيم محددة للطاقة (فروض بور). وعندما تكون طاقة الذرة معروفة، نتحدث عن «الحالة الساكنة للذرة». وعندما تكون طاقة الحركة صغيرة جدًّا لتحول الذرة من حالتها الساكنة إلى أخرى أعلى، سيعمل الإلكترون صدمة مرنة مع الذرة، لكن عندما تكون طاقة الحركة كافية للإثارة فستنقل بعض الإلكترونات طاقتها للذرة.

لذا كدالة في السرعة فالتيار الكهربي (الإلكتروني) سيتغير بسرعة في المنطقة الحرجة. مفهوم الحالات الساكنة الذي اقترح بواسطة هذه التجارب هو أكثر التعبيرات لعدم الاتصالية في العمليات الذرية.

من هذه التجارب يرى شمول كل من المادة والإشعاعات على ازدواجية في الصفات، حيث تظهر أحيانًا خواص الموجات، وأحيانًا أخرى خواص الجسيمات، ومن الواضح الآن أن الشيء لا يمكن أن يكون حركة موجية ويتألف من جسيم في نفس الوقت، كلا المفهومين مختلفان جدًّا.

صحيح أنه يمكن افتراض أن كيانين مختلفان، واحد منهما له كل خصائص الحركة الموجية، والآخر له كل خصائص الجسيم، يندمجان بطريقة ما لتكوين الضوء، لكن هذه النظريات غير قادرة على إيجاد العلاقة الحميمة بين الكيانين ويتطلبها الدليل العلمي، وهناك في الواقع، يكون من المؤكد عمليًّا فقط أن الضوء يسلك أحيانًا وكأنه يمتلك بعض خصائص الجسيمات، لكن لا توجد تجربة تثبت أنه يمتلك كل خواص الجسيم، وتسري نفس العبارات لحركة المادة والموجة، وحل هذه الصعوبة يكون في أن الصورتين العقليتين اللتين تكونتا لدينا من التجارب — واحدة للجسيم والأخرى للموجات — كليهما يكون غير كامل على حد سواء إلا في صحة القياس الذي يكون دقيقًا فقط في حالات محدودة، ومن السخف القول «لا يمكن القياس على درجة كبيرة من الدقة» إلا أنه ربما تكون مبررة أن تستخدم لوصف الأشياء التي لا يوجد كلمات لها في لغتنا. الضوء والمادة كلاهما كيان منفرد، والازدواجية الظاهرة نشأت في محدودية لغتنا. وتنشأ هذه الازدواجية الظاهرة في القيود المفروضة للغتنا.

وليس من المفاجئ أن تكون لغتنا غير قادرة على وصف العمليات التي توجد داخل الذرات، بسبب — كما ذكر — أن اللغة اخترعت لوصف تجارب الحياة اليومية، التي تتكون من عمليات تتضمن عددًا كبيرًا جدًّا من الذرات. علاوة على ذلك، فإنه من الصعب جدًّا تعديل لغتنا لتصبح قادرة على وصف هذه العمليات الذرية، لأن الكلمات يمكنها فقط وصف الأشياء التي يمكننا تكوين صورة ذهنية لها، وهذه القابلية هي أيضًا نتاج خبراتنا

اليومية. لحسن الحظ، فالرياضيات لا تخضع لهذه القيود، ويمكن اختراع خطة رياضية — نظرية الكم — وهي ملائمة كليًّا لمعالجة العمليات الذرية.

وللتصور، على أية حال، يجب حصر أنفسنا في قياسين غير مكتملين — صورة الموجة، وصورة الجسيم — والانطباق المتزامن لكل من الصورتين يكون حينئذ المعيار الطبيعي لتعيين إلى أي مدى تمكن «دفع» كل قياس أو مقارنة وتكوّن نقطة بدء واضحة لنقد المفاهيم التي دخلت النظريات الذرية في مدى نموها، بسبب، وبوضوح، استنتاج النتائج دون تمحيص سيؤدي إلى تناقضات، وبهذه الطريقة سنحصل على القيود بمفهوم الجسيم بالأخذ في الاعتبار مفهوم الموجة، وكما وضح ن. بور،[١٠] فهذا هو الأساس في الاستنباط البسيط جدًّا لعلاقات عدم الدقة بين الإحداثي (المكان) وكمية الحركة (العزم) لجسيم ما. وبنفس المنوال نستطيع استنتاج القيود لمفهوم موجة ما بالمقارنة مع مفهوم جسيم ما.

يجب التأكيد على أن هذا النقض لا يمكن أن يكتمل تماماً بدون استخدام الوعاء الرياضي لنظرية الكم، لأن نمو النظرية سبق توضيح الأسس الفيزيائية في السياق التاريخي، ومن أجل تجنب حجب الكثير من العلاقات الأساسية بكثير جدًّا من الرياضيات، على أي حال، فقد وجد من الحكمة إبعادها إلى ملحق الكتاب، وعرض الرياضيات في ملحق الكتاب لا يدعي أنه كامل، بل يزوِّد القارئ بهذه المعادلات الضرورية لحجية النص، ونشير إلى ملحق هذا الكتاب بـ A (16) إلخ.

الفصل الثاني

نقد المفاهيم الفيزيائية لنظرية الجسيم للمادة

١- علاقات عدم اليقين

مفاهيم السرعة، والطاقة ... إلخ، قد تمت من التجارب البسيطة للأشياء الشائعة، التي فيها يمكن وصف السلوك الميكانيكي للأجسام المكروسكوبية (الكبيرة نسبيًّا) بهذه الكلمات. نفس هذه المفاهيم نقلت إلى الإلكترون، حيث إنه في بعض التجارب الأساسية أظهرت الإلكترونات سلوكًا ميكانيكيًّا مثل هذه الأشياء الشائعة.

وحيث إن هذا التشابه، على أي حال، معروف وموجود فقط في نطاق ظواهر محددة، فإن نظرية الجسيم يجب أن تكون محدودة بطريقة مقابلة. وطبقًا لبور،[١] هذه القيود ربما تستنبط من القاعدة أنه يمكن بشكل متساوٍ تصور عمليات الفيزياء الذرية من حيث الموجات أو الجسيمات، لذلك، فالعبارة أن مكان الإلكترون معروف في حدود دقة معينة Δx عند الزمن t يمكن تصورها بصورة حزمة موجة في المكان المناسب بتقريب Δx.

ويقصد بـ«حزمة موجة» اضطراب يشبه الموجة سعته تختلف بشكل ملموس عن الصفر فقط في منطقة مقيدة. هذه المنطقة تكون، بشكل عام، في حركة، وتغير حجمها وشكلها، أي ينتشر الاضطراب. سرعة الإلكترون تقابل سرعة حزمة الموجة، لكن هذه الأخيرة لا يمكن تعريفها بالضبط،

لأنها تنتشر. ويعتبر عدم التحديد هذا صفة أساسية للإلكترون، وليس دليلًا على عدم انطباق الصورة الموجية. نعرف كمية الحركة $p_x = \mu v_x$ (حيث μ = كتلة الإلكترون، v_x = مركبة x للسرعة)، عدم الدقة في السرعة تسبب عدم الدقة في p_x بمقدار Δp_x ومن أبسط قوانين البصريات، مع القانون الوضعي (دي بروي De Broglie) $\lambda = h/p$، يمكن أن يظهر بسهولة أن

$$\Delta x \Delta p_x \geq h. \tag{1}$$

افترض أن حزمة الموجة صنعت من تراكب Superposition مستوى الموجات جيبية الشكل Sinusoidal، كلها ذات طول موجي يقرب من λ_0. ثم تقريباً، عدد $n = \Delta x/\lambda_0$ قمم أو قاع تقع في حدوده الحزمة. خارج الحد يتلاشى بتداخل موجات مستوى المركبة، ويكون هذا ممكنًا إذا وفقط إذا كانت فئة موجات المركبة تحوي بعض الموجات على الأقل $n + 1$ منها تقع في المدى الحرج.

هذا يعطي

$$\frac{\Delta x}{\lambda_0 - \Delta\lambda} \geq n + 1,$$

حيث $\Delta\lambda$ هو مدى أطوال الموجات اللازمة لتمثيل الحزمة، وعليه

$$\frac{\Delta x \Delta\lambda}{\lambda_0^2} \geq 1. \tag{2}$$

ومن جهة أخرى، مجموعة سرعة الموجات (أي سرعة الحزمة) تعطى بالمعادلة A (85).

$$v_g = \frac{h}{\mu\lambda_0}, \tag{3}$$

بحيث إن انتشار الحزمة يكون مميزًا بمدى من السرعات

$$\Delta v_g = \frac{h}{\mu\lambda_0^2}\,\Delta\lambda.$$

وبالتعريف $\Delta p_x = \mu\Delta v_g$، ولذلك بمعادلة (2)

$$\Delta x\Delta p_x \geq h.$$

تحدد علاقة عدم الدقة هذه الحدود التي يمكن أن تطبق صورة الجسيم. أي استخدام للكلمات «مكان» و«سرعة» بدقة تفوق المعطي بالمعادلة* هي مجرد لا معنى لها كاستخدام كلمات معناها غير معرّف.

ويمكن استنتاج علاقات عدم الدقة حصريًّا بدون صورة الموجة، لأنها يمكن الحصول عليها من رياضيات نظرية الكم، وتفسيراتها الفيزيائية.[٢]

أي معرفة للإحداثي q للإلكترون يمكن التعبير عنها بواسطة سعة احتمالية $|S(q')|^2dq'$ و$S(q')$ هي احتمال أن نجد قيمة عددية للإحداثي الإلكتروني بين q' و $q' + dq'$.

افترض

$$\bar{q} = \int q'\,|S(q')|^2 dq' \tag{4}$$

تكون متوسط قيمة q من ثم Δq تعرف بواسطة

$$(\Delta q)^2 = 2\int (q' - \bar{q})^2\,|S\,(q')|^2 dq' \tag{5}$$

يمكن أن تسمى عدم دقة في معرفة مكان الإلكترون.

* في هذا الصدد يجب تذكر أن اللغة الإنسانية تسمح بتركيب جمل لا تحتوي أي تعريفات ومن ثم ليس لها أي محتوى على الإطلاق — بالرغم من أن هذه الجمل تولد بعض أنواع الصور في مخيلاتنا.
ومثلًا الجملة التي تقول: إنه بجانب عالمنا يوجد عالم آخر، ولا تؤدي بنا إلى أي نتيجة عملية لكنها تولد نوعًا ما من الصور في الذهن؟ هذه الجملة لا يمكن إثباتها أو نفيها. ويجب أن نكون حذرين عند استخدام الكلمات «في الحقيقة» «الواقع» إلخ، إذ إن هذه الكلمات عادة ما تقود إلى جمل من النوع الذي ذكر أعلاه.

وبطريقة مماثلة تمامًا $|T(p')|^2 dp'$ تعطي احتمالية وجود العزم الإلكتروني بين كل p' و$p' = dp'$ ومرة أخرى $\bar{p}$ وΔp يمكن تعريفها

$$\bar{p} = \int p' \left| T\left(p'\right) \right|^2 dp', \tag{6}$$

$$\left(\Delta p\right)^2 = 2 \int \left(p' - \bar{p}\right)^2 \left| T\left(p'\right) \right|^2 dp'. \tag{7}$$

بواسطة المعادلة A (169)، احتمالية السعات تكون مرتبطة بالمعادلات

$$\left.\begin{aligned} T\left(p'\right) &= \int S\left(q'\right) R\left(q'p'\right) dq', \\ S\left(q'\right) &= \int T\left(p'\right) R^*\left(q'p'\right) dp'. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

حيث $R(q'p')$ تكون مصفوفة التحويل من فراغ هيلبرت فيه q هي المصفوفة القطرية إلى فراغ فيه p هو القطر، من معادلة A (41) نحصل على

$$\int p\left(q'q''\right) R\left(q''p'\right) dq'' = \int R\left(q'p''\right) p\left(p''p'\right) dp'',$$

وبواسطة المعادلة A (42) تكون هذه مكافئة للمعادلة

$$\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q'} R\left(q'p'\right) = p' R\left(q'p'\right), \tag{9}$$

وحلها يكون

$$R = c e^{(2\pi i/h) p' q'}. \tag{10}$$

ومعايرتها تعطي c القيمة $1/\sqrt{h}$ ومن ثم فإن قيم، Δp، Δq لا تكون مستقلة. لتبسيط الحسابات، نقدم هذه الاختصارات

$$\left.\begin{aligned} x = q' - \bar{q}, \quad y = p' - \bar{p}, \\ s(x) = S(q')e^{(2\pi i/h)\bar{p}q'}, \\ t(y) = T(p')e^{-(2\pi i/h)\bar{q}(p'-\bar{p})}. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

عندئذ تصبح معادلات (5) و(7)

$$(\Delta q)^2 = 2\int x^2 |s\,(x)|^2 dx, \tag{5a}$$

$$(\Delta p)^2 = 2\int y^2 \,|\, t\,(y)\,|^2 dy, \tag{7a}$$

بينما تصبح معادلات (8)

$$\begin{aligned} t\,(y) &= \frac{1}{\sqrt{h}}\int s\,(x)\,e^{(2\pi i/h)xy}dx, \\ s\,(x) &= \frac{1}{\sqrt{h}}\int t\,(y)\,e^{(2\pi i/h)xy}dy. \end{aligned} \tag{8a}$$

بدمج (5a)، و(7a)، و(8a) ربما يتحول تعبير $(\Delta p)^2$، ليعطي

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\,(\Delta p)^2 &= \frac{1}{\sqrt{h}}\int y^2 t^*(y)dy\int s(x)e^{(2\pi i/h)xy}dx, \\ &= \frac{1}{\sqrt{h}}\int t^*\,(y)\,dy\int s\,(x)\left(\frac{h}{2\pi i}\frac{d}{dx}\right)^2 e^{(2\pi i/h)xy}dx, \\ &= \frac{1}{\sqrt{h}}\left(\frac{h}{2\pi i}\right)^2\int t^*\,(y)\,dy\int \frac{d^2 s}{dx^2}\,e^{(2\pi i/h)xy}dx, \\ &= \left(\frac{h}{2\pi i}\right)^2\int s^*\,(x)\,\frac{d^2 s}{dx^2}\,dx, \end{aligned}$$

أو

$$\frac{1}{2}(\Delta p)^2 = \frac{h^2}{4\pi^2}\int\left|\frac{ds}{dx}\right|^2 dx. \tag{12}$$

والآن

$$\left|\frac{ds}{dx}\right|^2 \geq \frac{1}{(\Delta q)^2}|s(x)|^2 - \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{(\Delta q)^2}|s(x)|^2\right) - \frac{x^2}{(\Delta q)^4}|s(x)|^2, \tag{13}$$

كما يمكن أن تبث لإعادة ترتيب العلاقة الواضحة

$$\left|\frac{x}{(\Delta q)^2}s(x) + \frac{ds}{dx}\right|^2 \geq 0. \tag{13a}$$

عندئذ يستنتج من المعادلة (12) أن

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}(\Delta p)^2 \geq \frac{1}{2}\frac{h^2}{4\pi^2}\frac{1}{(\Delta q)^2}, \\ \Delta p \Delta q \geq \frac{h}{2\pi}, \end{aligned} \quad \text{أو} \right\} \tag{14}$$

والذي كان يجب إثباته. التساوي كان يجب أن يكون صحيحًا في (14) فقط إذا أصبح الطرف الأسير للمعادلة (13a) صفرًا، أي عندما

$$\left.\begin{aligned} s(x) = ce^{-x^2/2(\Delta q)^2}, \\ S(q') = ce^{-(q'-\bar{q})^2/2(\Delta q)^2-(2\pi i/h)\bar{p}q'}, \end{aligned} \quad \text{أو} \right\} \tag{15}$$

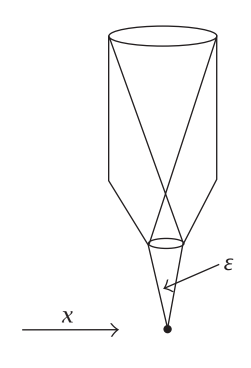
حيث c ثابت اختياري، إذن يجعل قانون جاوس للتوزيع الاحتمالي حاصل الضرب $\Delta p \Delta q$ يصل إلى قيمته الصغرى.

يجب التركيز مرة أخرى على أن هذا البرهان لا يختلف إطلاقًا من حيث محتواه الرياضي عن ذلك الذي أعطى في بداية هذا الجزء على أساس الازدواجية بين صور الموجة والجسيم للظواهر الذرية، البرهان الأول، إذا ما تم بدقة، فسيشمل أيضًا كل المعادلات (4)–(14).

فيزيائيًّا، البرهان الأخير يظهر أكثر عمومية من الأول الذي أثبت على فرض أن x كانت إحداثى كارتيزي ويطبق فقط خاصة على الإلكترونات الحرة بسبب العلاقة $\lambda = h/\mu v_g$ التي تدخل في البرهان. ومن جهة أخرى، فإن المعادلة (14)، تطبق على أي زوجين لشكلين متصاحبين q, p. هذا التعميم الأكبر للمعادلة (14)، لكنه خادع بالأحرى. وكما أكد بور،[٣] إذا ما أمكن قياس إحداثيات الإلكترون، فلا بد عمليًّا أن يكون حرًّا.

٢- إيضاحات علاقات عدم اليقين

تشير قاعدة عدم اليقين إلى درجة عدم التعيين في المعرفة المتاحة حاليًّا للقيم المتزامنة للكميات العديدة التي تعالج بها نظرية الكم؛ إنها لا تنحصر، على سبيل المثال، في دقة تعيين المكان وحده أو في قياس السرعة وحدها. لذا افترض أن سرعة إلكترون حر تكون معروفة بدقة، بينما المكان غير معروف مطلقًا. عندئذ تنص القاعدة على أن كل ملاحظة تالية للمكان ستغير العزم بكمية غير معروفة وغير معينة بحيث إنه بعد إجراء التجربة فإن معرفتنا بالحركة الإلكترونية تكون مقيدة بعلاقة عدم اليقين. هذا يمكن أن يعبر عنه بطريقة مختصرة وعامة بأن نقول إن كل تجربة ستحطم المعلومة التي حصل عليها بالتجارب السابقة. هذه الصياغة توضح أن علاقة عدم اليقين لا تشير إلى الماضي؛ إذا كانت سرعة الإلكترون معلومة أولًا ثم يعين المكان بالضبط، فيمكن حساب المكان للأزمنة السابقة للقياس. لذلك ولهذه الأزمنة فإن $\Delta p \Delta q$ تكون أصغر من القيمة الحدية المعتادة، لكن معلومة الماضي هذه تكون ذات صفة كلامية، حيث إنها إطلاقًا تستخدم كفرض مبدئي في أي حسابات مستقبلية للإلكترون، لذلك لا يمكن أن تخضع للتحقيق العملي (بسبب التغيير عند المعلوم في العزم بواسطة قياس المكان). إنها مسألة



شكل ٥

اعتقاد شخصي إذا ما كان الحساب هذا المعنى بالتاريخ السابق للإلكترون يمكن أن يرجع أي واقع فيزيائي أم لا.

(أ) تعيين مكان جسيم حر

كأول مثال لهدم معرفة عزم الجسيم بواسطة الجهاز المستخدم لتعيين مكانها، نعتبر استخدام ميكروسكوب. افرض أن جسيماً يتحرك على بعد مسافة من ميكروسكوب[٤] تتشتت أشعته المخروطية من خلال فتحة زاوية ϵ. إذا كانت λ هي الطول الموجي للضوء الساقط عليها، فإن عدم اليقين في قياس الإحداثي x (انظر شكل ٥) طبقًا لقوانين البصريات التي تحكم قوة تفريق أي جهاز تكون

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \epsilon}. \tag{16}$$

لكن لأي قياس يمكن حدوثه فإن فوتونًا واحدًا على الأقل يجب أن يتشتت من الإلكترون ويمر خلال الميكروسكوب إلى عين الملاحظ.

من هذا الفوتون سيستقبل الإلكترون ارتداد كومبتون بمقدار h/λ. ولا يكون هذا الارتداد معلومًا بالضبط، حيث إن اتجاه تشتت الفوتون لا

يعين داخل حزمة الأشعة الداخلة إلى الميكروسكوب. لذلك يوجد عدم يقين الارتداد في اتجاه x مقداره

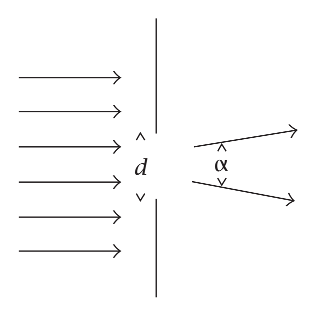
$$\Delta p_x \sim \frac{h}{\lambda} \sin \epsilon, \tag{17}$$

ويتبع أنه للحركة بعد التجربة

$$\Delta p_x \Delta x \sim h. \tag{18}$$

وربما يظهر الاعتراض على الآتي؛ أن غير المعنيات للارتداد هي بسبب عدم اليقين لمسار كم الضوء داخل حزمة الأشعة، وربما نبحث لتعيين المسار بجعل الميكروسكوب متحركًا ونقيس الارتداد المستقبل من كم الضوء، لكن هذا لا يتغلب على علاقة عدم اليقين، لأنه سيظهر مباشرة السؤال عن مكان الميكروسكوب، والمكان والعزم سيكونان خاضعين للمعادلة (18). إن مكان الميكروسكوب لا يحتاج أخذه في الاعتبار، إذا كان الإلكترون ومقياس ثابت سيلاحظان في آن واحد خلال الميكروسكوب المتحرك، وهذا سيتحمل هروبًا من قاعدة عدم اليقين. لكن المشاهدة عندئذ تحتاج آنية مسار كمَّين من الضوء على الأقل خلال الميكروسكوب إلى المشاهد — واحد من الإلكترون، وواحد من المقياس — وقياس الارتداد إلى الميكروسكوب لن يكون كافيًا لتعيين اتجاه الضوء المشتت بواسطة الإلكترون، وهكذا إلى ما لا نهاية.

ربما يحاول المرء تحسين الدقة بقياس أقصى نمط حيود أنتج بواسطة ميكروسكوب. هذا فقط سيكون ممكنًا عندما تتعاون فوتونات كثيرة، وتبين الحسابات أن الخطأ في قياس x سيقل إلى $\Delta x = \lambda/\sqrt{m}\sin\epsilon$ عندما تنتج m من الفوتونات النمط. ومن جهة أخرى سيساهم كل إلكترون في التغيير غير المعروف في عزم الإلكترون، والنتيجة تكون $\Delta p_x = \sqrt{m}\,h\sin\epsilon/\lambda$ (إضافة الأخطاء المستقلة). لذا فالعلاقة (18) لا يمكن تجنبها.



شكل ٦

ما يميز المناقشة السابقة هو الاستخدام الآني للاستنتاج من نظريات الجسيم والموجة، لأنه من جهة، نحن نتحدث عن قوة التفريق، ومن جهة أخرى، عن الفوتونات والارتداد الناتج عن اصطدامها مع الجسيم موضع الاعتبار، هذا يكون متجنبًا، مادامت نظرية الضوء اعتبرت في الآتي.

إذا ما سمح بمرور الإلكترونات خلال فتحة ذات عرض d (شكل ٦) فسيكون إحداثياتها في اتجاه العرض (d) معروفة عند اللحظة بعد مرورها من الفتحة وبدقة $\Delta x = d$. إذا افترضنا أن العزم في هذا الاتجاه العمودي على الفتحة مقداره صفر قبل المرور من الفتحة، يكون من الظاهر أن علاقة عدم اليقين لن تتحقق. لكن الإلكترون يمكن اعتباره موجة دي بروي في المستوى، ومن ثم تتكون ظاهرة الحيود بواسطة الفتحة، والشعاع الناتج له زاوية تباعد α محددة، تعطي بأبسط قوانين البصريات

$$\sin\alpha \sim \frac{\lambda}{d}, \tag{19}$$

حيث λ هي طول موجة دي بروي. وعلى ذلك يعطي عدم اليقين في عزم الإلكترون الموازي للشاشة بعد مروره من خلال الفترة، بمقدار

$$\Delta p = \frac{h}{\lambda}\sin\alpha \tag{20}$$

حيث h/λ هي عزم الإلكترون في اتجاه الشعاع وعليه، حيث $\Delta x = d$،

$$\Delta x \Delta p \sim h.$$

في هذه المناقشة تجنبنا الصفة المزدوجة للضوء، لكننا استخدمنا النظريتين للإلكترون. وكآخر طريقة لتعيين المكان، نناقش طريقة مشاهدة التحلل الناتج بأشعة α عند استقبالها على شاشة فلورسينية أو مشاهدة مساراتها (مضاميرها) في حجرة ويلسن Wilson.

والنقطة الأساسية في هذه الطرق هي أن مكان الجسيم يستدل عليه بتأين ذرة ما، ويكون واضحًا أن الحد الأدنى للدقة لهذا القياس يعطي بالبعد الخطي Δq_s للذرة، وأيضًا عزم الجسيم المرتطم سيتغير أثناء التأين. وحيث إن عزم الإلكترون الخارج من الذرة يكون قابلًا للقياس، فعدم اليقين في التغير في العزم للجسيم المرتطم يكون مساويًا للمدى Δp_s، وفي داخله سيتغير عزم هذا الإلكترون بينما يتحرك في مداره غير المتأين.

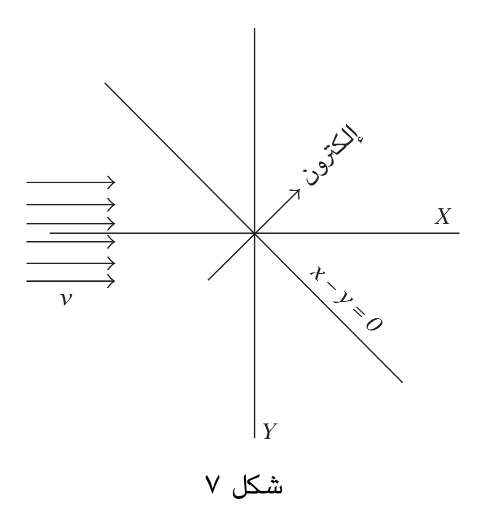
هذا التغيير في العزم سيكون مرة أخرى مرتبطًا بحجم الذرة بالمتباينة

$$\Delta p_s \Delta q_s \geq h.$$

وستظهر مناقشة لاحقة، في الحقيقة، أن عامة°

$$\Delta p_s \Delta q_s \sim nh,$$

حيث n هو عدد الكم للحالة الساكنة المعنية (انظر فقرة ٢ج بعده). وعليه فإن علاقة عدم اليقين ستحكم أيضًا هذا النوع من قياس المكان، ويظهر أن علاقة عدم اليقين نتجت من شروط بور التي تعين الحالة الساكنة، لكنه بطبيعة الحال فإن شروط الكم هي نفسها مظهر للازدواجية Duality.



شكل ٧

(ب) قياس سرعة أو عزم جسيم حر

أبسط الطرق وأكثرها أساسية لقياس السرعة تعتمد على تعيين المكان عند وقتين مختلفين.

إذا كان انقضاء الفترة الزمنية بين قياسات المكان كبيرًا فيمكن قياس السرعة بأي دقة مطلوبة قبل وصول الجسيم إلى المكان الثاني، لكن السرعة بعد المكان الثاني لا يمكن تعيينها بدقة، وهي ذات أهمية فيزيائية. ومرة أخرى فإن التغيير في العزم بعد قياس الموضع الثاني يكون غير معين مؤيدًا بذلك لعلاقة عدم اليقين.

ويمكن الاستعانة بأثر دوبلر (ظاهرة دوبلر) Doppler لتعيين سرعة جسيمات مشحونة. شكل ٧ يبين ترتيب التجربة في أساسياتها. يفترض أن تكون المركبة p_x لعزم الإلكترون معروفة بدقة مثالية بينما إحداثي x لهذه المركبة غير معلوم بالمرة. ومن جهة أخرى فإن إحداثي y للإلكترون يفترض أنه قد عين بدقة، والمركبة p_y غير معلومة، والمشكلة هي في تعيين السرعة في اتجاه y وسيرى أن معرفة إحداثي y تتحطم بهذا القياس إلى المدى المطلوب بعلاقة عدم اليقين، يفترض أن الضوء يسقط على طول الإحداثي x والضوء المشتت يشاهد في اتجاه y.

(يجب ملاحظة أن أثر دوبلر سيختفي تحت هذه الظروف، إذا كان الإلكترون سيتحرك على طول الخط المستقيم $x - y = 0$.)

وتكون ظاهرة دوبلر في هذه الحالة متطابقة مع ظاهرة كمبتون Compton ويكون ضروريًّا فقط استخدام قوانين حفظ الطاقة والعزم للإلكترون وكوانتم الضوء.

افترض أن E هي طاقة الإلكترون، ν هي تذبذب الضوء الساقط، واستخدام «البريمز» لتمييز نفس الكمية قبل وبعد التصادم، ولدينا

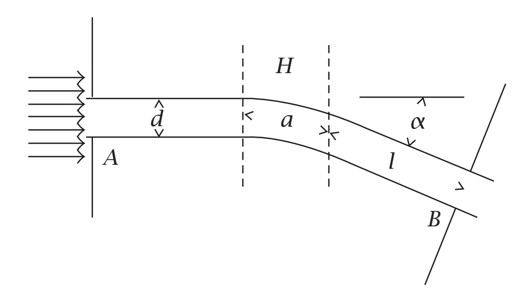
$$\left.\begin{aligned} h\nu + E &= h\nu' + E', \\ \frac{h\nu'}{c} + p_x &= p_x', \\ p_y &= \frac{h\nu'}{c} + p_y', \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

من حيث

$$\left.\begin{aligned} h(\nu - \nu') &= E' - E, \\ &= \frac{1}{2\mu}\,[p_x'^2 + p_y'^2 - p_x^2 - p_y^2], \\ &\sim \frac{1}{\mu}\,[(p_x' - p_x)p_x + (p_y' - p_y)p_y], \\ &= \frac{1}{\mu}\left[\frac{h\nu}{c}\,p_x - \frac{h\nu'}{c}\,p_y\right], \\ &\sim \frac{h\nu}{\mu c}\,(p_x - p_y). \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

وبما أنه افترض أن p_x وν تكون معروفة، فدقة تعيين p_y تكون مشروطة فقط بالدقة التي قيست بها تذبذبات ν' الضوء المشتت:

$$\Delta p_y' = \frac{\mu c}{\nu}\,\Delta\nu'. \tag{23}$$



شكل ٨

ولتعين ν' بهذه الدقة، يستلزم ملاحظة قطار من الموجات بطول محدود، التي تتطلب بدورها زمنًا محدودًا:

$$T = \frac{1}{\Delta\nu'}.$$

وبما أنه غير معروف كون الفوتون سيصطدم بالإلكترون عند بداية أو نهاية هذه الفتحة الزمنية، فإنه أيضًا غير معروف إذا ما كان الإلكترون يتحرك بسرعة $(1/\mu)p_y$ أو $(1/\mu)p'_y$ خلال هذا الوقت، وعدم اليقين في مكان الإلكترون الناتج من هذا السبب يكون لذلك:

$$\Delta y = \frac{1}{\mu}(p_y - p'_y)T = \frac{h\nu}{c\mu}T,$$

لذا

$$\Delta p_y \Delta y \sim h.$$

والطريقة الثالثة لقياس السرعة تعتمد على انحراف جسيمات مشحونة بمجال مغناطيسي. لهذا الغرض يعرف الشعاع بفتحة عرضها يرمز له d. هذا الشعاع يدخل إلى مجال مغناطيسي متجانس اتجاهه يكون عموديًّا على مستوى شكل ٨.

طول المنطقة التي يقع فيها الشعاع في المجال هي a، وبعد مغادرة هذه المنطقة، سيمر في منطقة طولها l لا يعمل عليها المجال ثم يمر من خلال فتحة لها أيضًا عرض d، حيث يحدد موضعها زاوية الانحراف α. وسرعة الجسيمات في اتجاه الشعاع تتعين من المعادلة

$$\alpha = \frac{(a/v)He(v/c)}{\mu v} = \frac{aHe}{\mu v c}. \tag{24}$$

وأخطاء القياس تترابط بالمعادلة:

$$\Delta\alpha = \frac{aHe}{\mu c}\frac{\Delta v}{v^2}.$$

وربما يفترض أن مكان الجسيم في اتجاه الشعاع كان معروفًا عند البدء بدقة كبيرة. هذا يمكن تحقيقه، على سبيل المثال، بفتح الفتحة الأولى فقط لفترة قصيرة، ومرة أخرى يرى أن هذه المعلومة ستفقد خلال التجربة وبما يحقق العلاقة $\Delta p \Delta q \sim h$ بعد التجربة.

ولنبدأ بأن الدقة التي بها يمكن تعيين الزاوية α تكون بوضوح $d/(l+a)$، لكن حتى هذه الدقة يمكن استمرارها إذا كان تشتت دي بروي الطبيعي للشعاع أقل من هذه. وعليه

$$\Delta\alpha \geq \frac{d}{l+a}, \qquad \Delta\alpha \geq \frac{\lambda}{d},$$

وعليه

$$(\Delta\alpha)^2 \geq \frac{\lambda}{l+a}.$$

وعدم اليقين في مكان الجسيم في الشعاع بعد التجربة يكون مساويًا لحاصل ضرب الزمن اللازم للمرور خلال المجال والوصول إلى الفتحة الثانية وعدم

اليقين في السرعة. وعليه

$$\Delta q \sim \frac{l+a}{v}\Delta v,$$

وعليه

$$\begin{aligned} \Delta q \Delta v &\sim \frac{l+a}{v}(\Delta v)^2, \\ &\sim \frac{l+a}{v}\left(\frac{\mu c v}{aHe}\right)^2(\Delta\alpha)^2, \\ &\geq \frac{\lambda}{v}\left(\frac{\mu c v^2}{aHe}\right)^2. \end{aligned}$$

وبما بين الأقواس يكون مساويًا v/α و$\lambda = h/\mu v$، وعليه

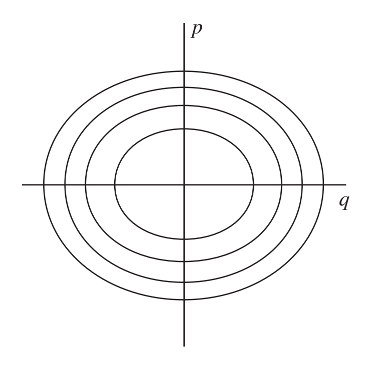
$$\mu \Delta q \Delta v \geq \frac{h}{\alpha^2} \geq h,$$

حيث إن المعادلة (24) تكون صحيحة فقط عندما تكون α ذات قيمة صغيرة. وفي حالة زوايا انحراف كبيرة، يحتاج هذا الاستنتاج تعديلات ضرورية. يجب تذكر، ضمن أشياء أخرى، أن التجربة كما وصفت هنا لا تميز بين $\alpha = 0$ و$\alpha = 2\pi$.

(ج) الإلكترونات المربوطة (المقيدة)

إذا ما تطلب الأمر استنباط علاقات عدم اليقين للمكان q والعزم p للإلكترونات المقيدة، فيجب التمييز بوضوح بين قضيتين:

تفترض الأولى أن طاقة النظام، أي حالته الساكنة، تكون معروفة ومن ثم يتقصى عن مدى الدقة في معرفة p وq المستتبعة في — أو متوافقة مع — طاقة النظام والثانية قضية محددة تهمل إمكانية تعيين طاقة النظام وتتقصى عن أكبر دقة تكون بها p وq معروفتين في آن واحد.



شكل ٩

وفي هذه الحالة الثانية، فإن التجارب اللازمة لقياس p وq قد تحدث انتقالات من حالة ساكنة إلى أخرى، بينما في الحالة الأولى، فإن طرق القياس تُختار بحيث لا تحدث انتقالات.

وسنعني في الحالة الأولى ببعض التفاصيل، بافتراض ذرة ما في حالة ساكنة. وطبقًا لما بينه بور،[٦] فإن نظرية الجسيم تجبر اعتبار أن $\Delta p \Delta q$ تكون عامة أكبر من h. لأنه من الواضح أننا معنيون بتغيير p وq عند حركة الإلكترون في مداره، وينتج من:

$$\int p dq = nh \tag{25}$$

أن

$$\Delta q_s \Delta p_s \sim nh. \tag{26}$$

وهذا يمكن فهمه من رسم الأوربيت orbit في فراغ طوري كما أعطي بالميكانيكا الكلاسيكية (شكل ٩).

والتكامل ما هو إلا المساحة المصورة بالأوربت، و$\Delta p_s \Delta q_s$ تكون بوضوح لها نفس مدى القيمة. والمميز s، المصاحب لعدم اليقين هذا وضع ليدل على أنهما ليسا القيمة الصغرى المطلقة لهذه الكميات، بل هي قيم

خاصة افترضت في حالة المعرفة الدقيقة للحالة الساكنة للذرة. وعدم اليقين يكون ذا أهمية عملية، على سبيل المثال، في مناقشة طريقة العد الإشعاعي لجسيمات α (الفصل الثاني فقرة ٢أ).

في النظرية الكلاسيكية، يكون غريبًا اعتبار هذا كعدم دقة أساسية، لأن تجارب إضافية يمكن عملها بدون إحداث اضطراب في الأوربتال.

نظرية الكم، على أي حال، توضح أن معرفة الطاقة تكون «حالة يمكن تعيينها»، أي حالة تكون ممثلة في المخطط الرياضي بواسطة حزمة موجية محدودة (في فراغ شكلي) ولا تشمل أي ثوابت غير معينة. هذه الحزمة الموجية هي دالة شرودنجر للحالة الساكنة.

لو أجريت الحسابات السابقة (من معادلات (4)–(15)) لهذه الحزمة، فإن قيمة $\Delta p_s \Delta q_s$ توجد أكبر من عدد النود (منطقة قيمة الدالة فيها معدومة) في دالة معينة. إذا اعتبرنا دالة s في المعادلة (12) التي تحوي عدد n نود، ستبين الحسابات أن

$$\Delta p_s \Delta q_s \sim nh.$$

ونذهب إلى القضية الثانية: يكون واضحًا أن أقصى دقة تعطى بالعلاقة $\Delta p \Delta q \sim h$ في حالة إهمال كل المعلومات للحالات الساكنة. عندئذ يمكن إجراء كل القياسات بعوامل جذرية حيث يعتبر الإلكترون حرًّا (تعمل عليه قوى يمكن إهمالها). ويمكن بسهولة قياس عزم الإلكترون بإهمال التفاعل المفاجئ بين الإلكترون والنواة والإلكترونات المجاورة. عند ذلك سيتحرك الإلكترون في خط مستقيم ويمكن قياس عزم الإلكترون بطريقة مفسرة. والاضطراب اللازم لهذا القياس يكون له نفس مدى القيمة كطاقة ربط الإلكترون.

العلاقة [معادلة (6)] ذات أهمية، كما أوضح بور، للتكافؤ بين الميكانيكا الكلاسيكية وميكانيكا الكم في مدى كبير من عدد الكم n، ويظهر ذلك عند فرص صلاحيته أوربيتال.

بما أن أعلى يقين يمكن الحصول عليه هو $\Delta p \Delta q \sim h$ فيجب أن يكون الأوربتيال هو مسار احتمالية الحزمة ذات مقطع (شريحة) $(|S(p')|^2 |S(q')|^2)$ يساوي تقريبًا h، هذه الحزمة يمكن أن تصف مسارًا معرفًا جيدًا ومغلقًا تقريبًا إذا كانت المساحة المحصورة بهذا المسار أكبر بكثير من شريحة حزمة الموجة، ويكون هذا ممكنا (طبقًا للمعادلة (26) في مدى كبير لعدد الكم n. وفي حالة n صغيرة، من ناحية أخرى، فمفهوم الأوربيتال يفقد معناه، في فراغ طوري وكذلك في فراغ شكلي، ولذلك تبين الضرورة للتكافؤ المحدد للنظريتين وجود المعامل n في الجانب الأيمن من المعادلة (26).

عدم صلاحية مفهوم أوربيتال ما في مدى أعداد كم صغيرة يمكن توضيحه من الاعتبارات الفيزيائية المباشرة بالطرق الآتية:

الأوربيتال هو تتابع زمني لنقاط في الفراغ يشاهد الإلكترون فيها. وبما أن أبعاد الذرة في أقل حالاتها (من حيث الطاقة) تكون في حدود $١٠^{-٨}$ سم، فيكون مستلزمًا استخدام ضوء بطول موجة ليست بأكبر من $١٠^{-٩}$ سم لإجراء قياس بدقة كافية للغرض، ويكون فوتون واحد كافيًا لإزالة الإلكترون من الذرة، بسبب ارتداد كومبتون. لذلك تشاهد نقطة وحيدة من ذلك الأوربيتال المفترض. ويمكن على أي حال إعادة هذه المشاهدة الوحيدة لذرات عديدة، ومن ثم نحصل على توزيع محتمل للإلكترون في الذرة. وطبقًا لبورن Born، يعطي هذا التوزيع رياضيًّا في صورة $\Psi\Psi^*$ (أو في حالة عديد من الإلكترونات، يعطي بمتوسط هذا التعبير الإحداثيات الإلكترونات الأخرى في الذرة. وهذا هو المعنى الفيزيائي للعبارة أن $\Psi\Psi^*$ هي احتمال مشاهدة الإلكترون عند نقطة ما، هذه النتيجة غريبة عما تبدو من النظرة الأولى. فكما هو معروف بأن Ψ تتلاشى رأسيًّا بزيادة المسافة من النواة، إلا أنه يوجد دائمًا احتمالية ضئيلة لكن محدودة أن يوجد الإلكترون على بعد أكبر من مركز الذرة. عند هذه النقطة تكون طاقة جهد الإلكترون سالبة، لكنها صغيرة جدًّا. طاقة الحركة دائمًا موجبة، لدرجة أن الطاقة الكلية تكون بالتأكيد أكبر من طاقة الحالة الساكنة المعنية.

هذا التناقص (البارادوكسي) يحل عندما يؤخذ في الاعتبار الطاقة المصدرة للإلكترون من الفوتون photon المستخدم في قياس المكان.

وهذه الطاقة أكبر بقدر ملموس من طاقة التأين للإلكترون وهي لذلك كافية لمنع حدوث خرق لقانون حفظ الطاقة، وكما تحسب صراحة من نظرية أثر كمبتون.

هذا التناقض يخدم أيضًا في التحذير ضد إجراء «تفسير إحصائي» لميكانيكا الكم بنمطية كبيرة، بسبب السلوك الأسي لدالة شرودنجر عند مالانهاية، فيمكن إيجاد الإلكترون عند مسافة كبيرة، قل، ١ سم من النواة. ويمكن للمرء أن يفترض أنه من الممكن تحقيق وجود الإلكترون عند هذه النقطة باستخدام الضوء الأحمر. هذا الضوء الأحمر لا يمكن أن يحدث ارتداد كمبتون ويظهر مرة أخرى التناقض المذكور سابقًا. وكحقيقة، فإن الضوء الأحمر لن يسمح بإجراء هذا القياس، فالذرة كلها ستتفاعل مع الضوء طبقًا لصيغ نظرية تحليل (تفريق) الضوء، والنتيجة هي عدم الحصول على أي معلومة تخص مكان إلكترون ما في الذرة. وربما يكون معقولًا أن تذكر (طبقًا لنظرية الجسيم) أن الإلكترون سينفذ عددًا من الدورات حول النواة خلال فترة واحدة للضوء الأحمر. لذا فالتوقعات الإحصائية لنظرية الكم تكون فقط ذات معنى إذا ما اقترنت بالتجارب التي تكون قادرة فعلًا على رصد الظاهرة المعالجة إحصائيًّا.

ومفهوم الأوربيتال يكون له معنى عند تطبيقه على حالات مثارة عليا للذرة؛ وعليه يجب أن يكون ممكنًا إجراء تعيين مكان الإلكترون بعدم يقين أقل من أبعاد الذرة.

ولا يتبع الآن أن الإلكترون سيخرج من الذرة بارتداد كمبتون، وكما سيرى من المعادلات الآتية. أنه من الضروري أن الطول الموجي للضوء، λ، أقل بكثير من Δq_s أو بالمعادلة

$$\frac{h}{\lambda} \gg \frac{\Delta p_s}{n}.$$

والطاقة الممنوحة للإلكترون من ارتداده هي تقريبًا

$$\frac{h}{\lambda}\frac{\Delta p_s}{\mu} \gg \frac{(\Delta p_s)^2}{n\mu} \sim \frac{|E|}{n} \qquad (26a)$$

E هي طاقة الذرة، μ كتلة الإلكترون، ولقيم n الكبيرة تكون طاقة الارتداد هذه أقل بكثير من $|E|$، طاقة تأين الإلكترون، وعلى جانب في الطاقة بين المجالات الساكنة المجاورة في هذه المنطقة للطيف، والتي تكون أيضًا، في العموم، في حدود $|E|/n$ وكحقيقة، يستنتج من المعادلة (26a) أن:

$$h\nu \gg \frac{|E|}{n}.$$

بحيث إن تردد الضوء المستخدم في القياسات يكون كبيرًا بالمقارنة بتردد الإلكترون في أوربيتاله.

ويترتب على أثر كمبتون أن يتسبب للإلكترون أن يقفز من حالة، قل $n = 1000$ إلى حالة أخرى تكون لها n، قل أكبر من 950 وأقل من 1050. والأوربتيال المعني الذي سيقفز إليه الإلكترون سيظل غير معين بسبب الاعتبارات المعطاة في الفصل الثاني فقرة ١ب. ونتيجة قياس المكان تكون على ذلك ممثلة في مخطط رياضي بواسطة حزمة احتمالية في الفراغ الشكلي، بنيت من دوال مميزة للحالات بين $n = 950$ و1050. ويعين حجمها بدقة قياس المكان. وتصف هذه الحزمة أوربيتالًا مناظرًا للجسيم في الميكانيكا الكلاسيكية، المكان في المستقبل يمكن التنبؤ بها إحصائيًّا.

ويتغير بشكل مستمر التمثيل الرياضي للعملية الفيزيائية وذلك مع كل قياس جديد، هذه الملاحظة التي تفرد عدداً كبيراً من الإمكانات واحدة منها هي الواحدة التي حدثت. والحزمة الموجية التي انتشرت ستستبدل بواحدة أصغر والتي تمثل نتيجة هذه الملاحظة. وكما علمنا أن النظام سيتغير بشكل غير مستمر عند كل ملاحظة فإن تمثيلها الرياضي يجب أيضًا أن يتغير بشكل غير مستمر وهذا ما نجده في نظريات الإحصاء الكلاسيكية كما في النظرية الحالية.

وقد درس عدد من المؤلفين حركة وانتشار الحزم المحتملة، لذا فلا يتطلب الأمر هنا مناقشة رياضية وعلى أي حال،[7] سنذكر بعض اعتبارات إهيرن فيست Ehrenfest.[8] افترض حركة إلكترون في مجال قوى ذي جهد $V(q)$. والدالة الموجية تحقق [المعادلة A (80) فيما بعد].

$$-\frac{h^2}{8\pi^2\mu}\nabla^2\psi + eV\psi = -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial t}, \tag{27}$$

وقيمة q المحتملة تعطى بالمعادلة (4) باعتبار $\psi = S$؛ q هو واحد من الإحداثيات المستطيلة (الديكارتية) x، y، z. ثم فاضل بالنسبة إلى t:

$$\mu\dot{\bar{q}} = \mu\int q\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\,\psi^* + \psi\,\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right)d\tau;$$

وبالتعويض بقيم $\partial\psi/\partial t$ و$\partial\psi^*/\partial t$ من المعادلة (27):

$$\mu\dot{\bar{q}} = \frac{h}{4\pi}\int q\left(-\psi^*\nabla^2\psi + \psi\nabla^2\psi^*\right)d\tau;$$

وكامل بالتجزيئ

$$\mu\dot{\bar{q}} = \frac{h}{4\pi}\int\left(\psi^*\,\frac{\partial\psi}{\partial q} - \psi\,\frac{\partial\psi^*}{\partial q}\right)d\tau.$$

ويمكن إعادة هذه العملية للمرة الثانية للحصول على $\mu\ddot{\bar{q}}$، وحيث إن الحسابات طويلة لكنها سهلة، فتعطي فقط النتيجة:

$$\mu\ddot{\bar{q}} = -e\int\frac{\partial V}{\partial q}\,\psi\psi^*d\tau. \tag{28}$$

إذا مثلت ψ حزمة موجية ذات أبعاد فراغية صغيرة بالمقارنة بالمسافة التي تتغير فيها $\partial V/\partial q$ بشكل ملموس، فيمكن كتابة

$$\mu\ddot{\bar{q}} = -e\,\frac{\partial V(\bar{q})}{\partial\bar{q}}. \tag{29}$$

وهذا يثبت، مادامت حزمة الموجة ظلت صغيرة، فإن مركزها سيتحرك طبقًا للمعادلة الكلاسيكية لحركة الإلكترون.

وعند هذه النقطة تجدر الإشارة إلى ملحوظة تختص بانتشار حزمة الموجة. إذا كانت الحركة الكلاسيكية للنظام دورية، فربما يحدث أن حجم حزمة الموجة يمر أولًا بتغيرات دورية.

ويمكن حساب نوعي لعدد اللفات التي تحدثها الحزمة قبل أن تنتشر بالكامل فوق منطقة الذرة، كما يلي:

إذا لم يكن هناك انتشار على الإطلاق، فيمكن إجراء تحليل فورير للكثافة المحتملة التي فيها مضاعفات صحيحة لتذبذب الأوربيت الأساسي، وكحقيقة، على أي حال فإن الأوفرتون لنظرية الكم لا تكون بالضبط مضاعفات صحيحة لهذا التذبذب الأساسي. والوقت الذي فيه يزاح بالكامل طور الأوفرتون النظري الكمي من تلك الأوفرتون الكلاسيكي سيكون نوعياً هو نفسه كالوقت المطلوب لانتشار حزمة الموجة. افرض أن J هو متغير الفعل للنظرية الكلاسيكية، وعليه يكون هذا الوقت

$$t \sim \frac{1}{h(\partial \nu / \partial J)}$$

وعدد اللفات التي تتم في هذا الوقت تكون:

$$N \sim \frac{\nu}{h(\partial \nu / \partial J)}. \qquad (30)$$

وفي الحالة الخاصة للمتذبذب الهارموني، تصبح N غير محدودة — وتبقى حزمة الموجة صغيرة لكل الوقت. وعامة، على أي حال، ستكون N في مدى قيمة عدد الكم n.

ومرتبطًا بهذه الموضوعات، يمكن الأخذ في الاعتبار تجربة مثالية أخرى (ترجع إلى أينشتين). نتخيل فوتونًا يمثل بحزمة موجة بنيت من موجات ماكسويل.* وهي لذلك ذات امتداد فراغي وأيضًا ذات مدى معين من

* الفوتون واحد، فالفراغ الشكل ذو أبعاد ثلاثة؛ ويمكن اعتبار معادلة شرودنجر منطبقة مع معادلات ماكسويل.

التذبذب. وبالانعكاس على سطح مرآة شبه شفافة، يمكن تقسيم حزمة الموجة إلى قسمين، المنعكس والنافذ. وتوجد احتمالية أكيدة لوجود الفوتون في قسم أو في القسم الآخر من حزمة الموجة المقسمة.

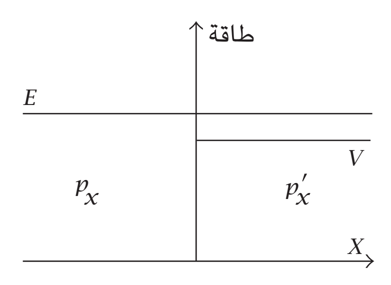
وبعد وقت كافٍ سينفصل الجزيئان بأي مسافة مطلوبة؛ وإذا كانت تجربة ستولد نتيجة أن الفوتون سيكون في الجزء المنعكس فإن احتمال وجوده في الجزء الآخر من الحزمة سيكون معدوماً. لذلك فالتجربة عند مكان الموجة المنعكسة ستحدث نوعين من الفعل (تقليل حزمة الموجة) عند مسافة تحتلها الحزمة المارة (النافذة)، ويرى المرء أن هذا الفعل سينتقل بسرعة أكبر من سرعة الضوء. على أي حال، يكون واضحًا أن هذا النوع من الفعل لا يمكن إطلاقًا استخدامه لنفاذ أو نقل الإشارات حتى لا تكون متناقضة مع افتراضات نظرية النسبية.

(د) قياسات الطاقة

قياس طاقة الإلكترون الحر مطابقة لقياس سرعته، وغالبية الطرق الممكنة عولجت على هذا الأساس. وطريقة لم تناقش بعد لقياس طاقة الإلكترون هي التي فيها تسببت في الحركة ضد مجال مبطئ. إذا مر الإلكترون خلال المجال فإنه يكون عادة افتراض نتيجة النظرية الكلاسيكية، حيث طاقة E تكون بالتأكيد أكبر من الطاقة V لأعلى طاقة وضع للمجال، وإذا ما انعكس، تكون طاقته أصغر من هذه القيمة الحرجة. هذا الاستنتاج يكون بالتأكيد غير صحيح في نظرية الكم، وسنناقش هنا الطريقة باختصار.

إذا كان عرض حاجز الجهد يقارن بطول موجة دي بروي λ للإلكترون، فسوف ينفذ من خلالها عدد من الإلكترونات حتى لو كانت طاقاتها E أقل من القيمة الحرجة اللازمة من النظرية الكلاسيكية.

ويقل هذا العدد أسيًّا كلما ازدادت سعة الحاجز وكذلك قيمة $V - E$. وبالمقابل عند $E > V$ سوف ينعكس عدد معين إذا كانت تغيرات الجهد ملموسة في مسافة λ. وفي أي تجربة عملية، فإن هذه الشروط لن تتحقق، ويمكن استخدام استنتاجات النظرية الكلاسيكية وبدون خطأ ملموس،



شكل ١٠

وتكون مهمة المعالجة الرياضية للوضع الذي صور، ومع ذلك سوف توضح في حالة عدم اتصالية مفاجئة في توزيع الجهد، وسوف تستخدم معادلة شرودنجر لإلكترون منفرد، وهذا ليس مطابقًا للنظرية الموجية للمادة، حيث إن الأخيرة وجب أن تأخذ في الحسبان تفاعل الموجة في حد ذاتها. وتوزيع الجهد يبين في شكل ١٠.

ونحصل على التعبير الآتي في حالة الموجة الساقطة ψ في المنطقة I $(x < 0)$

$$\psi_i = ae^{(2\pi i/h)(px-Et)}, \qquad \frac{1}{2\mu}p^2 = E, \qquad p > 0; \tag{31a}$$

وللموجة النافذة إلى المنطقة II $(x > 0)$

$$\psi_t = a'e^{(2\pi i/h)(p'x-Et)}, \qquad \frac{1}{2\mu}p'^2 = E - V; \tag{31b}$$

وللموجة المنعكسة في I

$$\psi_r = a''e^{(2\pi i/h)(-px-Et)}. \tag{31c}$$

وإذا كانت p' حقيقة، تؤخذ أكبر من الصفر، ولو كانت تخيلية فإن الانعكاس الكامل سيوجد ويؤخذ على أنه تخيلي موجب، حيث ψ_t يجب

أن تبقى محدودة عند $(x \to \infty)$. وعند عدم الاتصال $(x = 0)$، يجب أن تكون ψ متصلة وتملك مشتقة أولى متصلة، وعليه

$$\left.\begin{aligned} \psi_i + \psi_r &= \psi_t \\ \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_r}{\partial x} &= \frac{\partial \psi_t}{\partial x}, \end{aligned}\right\} \quad \text{when } x = 0;$$

أو

$$a + a'' = a'$$
$$p(a - a'') = a'p'.$$

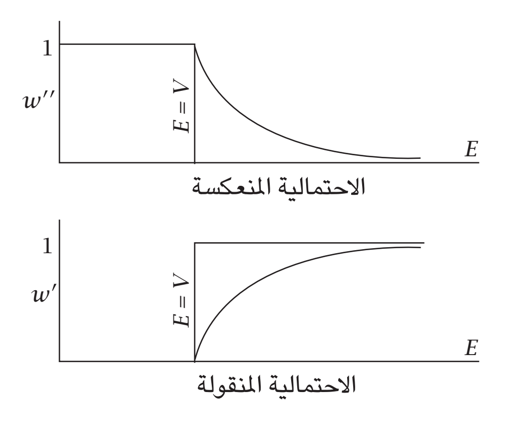
وبحل هذه المعادلات لكل من a' و a'':

$$\left.\begin{aligned} a'' &= a\frac{p - p'}{p + p'}, \\ a' &= a\frac{2p}{p + p'}. \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

عدد الإلكترونات التي تمر خلال شريحة ما في وحدة الزمن تعطى بمربع القيمة المطلقة للسعة مضروبة في العزم بشرط أن تكون حقيقية.

لذا عند $E > V$ فإن شدة الموجات الساقطة، والمارة، والمنعكسة ستتناسب على الترتيب مع:

$$\left.\begin{aligned} I_i &= |a|^2 p; \\ I_t &= |a|^2\left(\frac{2p}{p + p'}\right)^2; \\ I_r &= -|a|^2\left(\frac{p - p'}{p + p'}\right)^2. \end{aligned}\right\} \tag{33}$$



شكل ١١

ليقيم p' التحليلية، لا تمثل الموجة ψ_t تيارًا من الإلكترونات، لكن تمثل توزيع شحنة ساكنة، و$I_t = 0$. حيث $|a| = |a''|$ في هذه الحالة تكون $I_r = -I_i$، وفي كلتا الحالتين

$$I_i = -I_t - I_r.$$

والاحتمالات النسبية للانعكاس والنفاذية للإلكترون تكون بالمعادلات (33) و(31)

$$\left.\begin{aligned} P'' &= \frac{I_r}{I_i} = \left| \frac{\sqrt{E} - \sqrt{E-V}}{\sqrt{E} + \sqrt{E-V}} \right|^2, \\ P' &= \frac{I_t}{I_i} = \sqrt{\frac{E-V}{E}} \left| \frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{E} + \sqrt{E-V}} \right|^2. \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

هذه التعبيرات قد رسمت كخطوط متصلة في شكل ١١، والمنحنيات المتوقعة من النظرية الكلاسيكية رسمت كخطوط متقطعة.

لتوضيح الأسس الفيزيائية لنظرية الكم يكون اعتبار قياس طاقة الذرات أكثر أهمية من تلك التي للإلكترونات الحرة، وهذه سوف تعطي بتفاصيل أكثر من السابقة. ولأن طور الحركة الإلكترونية يكون المتغير

المصاحب بشكل قانوني للطاقة، يستتبع من قاعدة عدم اليقين أن هذا يجب أن يكون غير معروف تمامًا إذا تحددت الطاقة على وجه الدقة. وحيث إن طور الحركة الإلكترونية يحدد طور الأشعة المنبعثة، ومن هذا الأخير ندخل المناقشة الفيزيائية، وسيرى أن أي تجربة تفصل الذرات الموجودة في الحالة الساكنة n عن الذرات في الحالة m ستهدم أي معلومة مسبقة لطور الأشعة المناظرة للإنتقاله $n \rightleftarrows m$.

لتكن S الشعاع من الذرات (شكل ١٢) له العرض d في اتجاه x الذي أرسل خلال مجال غير متجانس F (ليس بالضرورة مجالًا مغناطيسيًّا، كما في تجربة شتيرن-جيرلاخ)، لكن يمكن أن يكون مجالًا كهربيًّا أو جاذبية. طاقة الذرة في الحالة m يرمز لها E_m، وستعتمد على مقدار المجال F عند مركز ثقل الذرة، ليكون قوى الانحراف للمجال في اتجاه x، $\partial(E_m(F))/\partial x = (dE_m/dF)(dF/dx)$ ويكون مختلفًا للذرات في الحالات المختلفة، إذا كان T الوقت اللازم للذرات للمرور خلال المجال، وp هي عزم الذرات في اتجاه المجال، فالانحراف الزاوي للذرات سيكون

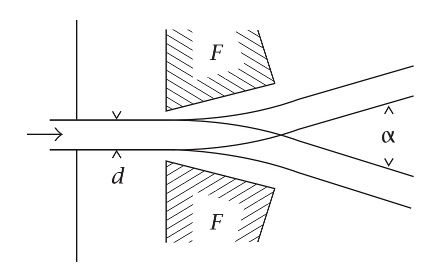
$$\frac{\partial E_m}{\partial x}\frac{T}{p}.$$

لذلك فالشعاع الأصلي سينقسم إلى عدد، كل سيحتوي فقط على الذرات الموجودة في حالة واحدة، والفصل الزاوي α لشعاعين يحتويان على ذرات في الحالات n وm على الترتيب سيصبح

$$\alpha = \left(\frac{\partial E_m}{\partial x} - \frac{\partial E_n}{\partial x}\right)\frac{T}{p}.$$

هذه الزاوية يجب أن تكون أكبر من التشتت الطبيعي للشعاع الذري إذا ما فصلت الذرات إلى نوعين، وعليه

$$\alpha \geq \frac{\lambda}{d} = \frac{h}{pd}. \tag{35}$$



شكل ١٢

تحتوي دالة شرودنجر ψ_n على دالة دورية $e^{(2\pi i/h)E_n t}$. لأن E_n تكون دالة في F، فإن التذبذب والطور للموجة سيتغيران بالمرور خلال المجال، وهذا التغير يكون غير محدد، إلى مدى معين، حيث إنه من المستحيل أن نعرف في أي جزء من الشعاع تتحرك الذرة والمجال F يختلف من نقطة إلى نقطة.

وعدم اليقين $\Delta\varphi$ لتغير الطور للأشعة ذات التذبذب $(E_m - E_n)/h$ أثناء الزمن T يكون

$$\Delta\varphi \sim 2\pi \left(\frac{\partial E_m}{\partial x} - \frac{\partial E_n}{\partial x} \right) \frac{Td}{h} = \frac{pd}{h} 2\pi\alpha.$$

من المعادلة (35) يستنتج في الحال أن:

$$\Delta\varphi \geq 1. \tag{36}$$

هذا يعني تمام عدم التحديد في الطور.

ويمكن إجراء الحسابات بمزيد من الواقعية إذا ما اقتصرت على تطبيق المجالات المغناطيسية فقط، بإهمال الدوران المغزلي للإلكترون Spin، فمن المعروف أن الذرات تدور حول محورها مثل جسيم صلد تحت تأثير المجال المغناطيسي H، وسرعة هذا الدوران تكون:

$$\omega = \frac{e}{2\mu c} H,$$

وينطبق محورها مع اتجاه المجال. هذه السرعة تكون مختلفة للعديد من الذرات بسبب عرض الشعاع وعدم تجانس المجال.

هذا الاختلاف في الدورات للذرات المختلفة يميل إلى هدم أي علاقة طور ربما تكون موجودة في البداية. لعدم اليقين في ω، نحصل بسهولة على

$$\Delta\omega = \frac{ed}{2\mu c}\frac{\partial H}{\partial x},$$

ويكون الفصل الزاوي للشعاعين هو:

$$\alpha = \frac{e}{2\mu c}\frac{\partial H}{\partial x}\frac{hT}{2\pi p};$$

لأن α يجب أن تكون أكبر من h/pd،

$$T\Delta\omega \geq 2\pi.$$

وعليه فكل أثر للطور الأصلي قد هدم بالتجربة. بعض الذرات ستكون قد نفذت لفة واحدة أكثر من الأخرى، وكل الزوايا البينية تكون ممكنة. وهذا لا يمكن تتبعه إذا كان الجهاز غير قادر على تحليل الشعاعين، لأنه عندئذ ربما تكون α أقل من h/pd.

وقد بين بور[٩] أن كل الاعتبارات السابقة قد حلت واحدة من التناقضات التي أدخلها فرض الحالات الساكنة.

نفترض أن شعاعًا من الذرات، كلها في الحالة العادية في البداية، أثير بضوء ذي تردد تذبذبي إلى الوميض الفلورسيني، فنحن مضطرون إلى فرض أنها انبعثت بشكل متوافق (متماسك — لها نفس الطور). هذا يعني أن كل ذرة ستشتت موجة كروية، طورها يكون محددًا بموجة ساقطة في مستوى عند الذرة. هذه الموجات الكروية البدائية ستكون مرتبطة إلى درجة أن تمركزها ينتج عنه موجة منكسرة في مستوى. من مشاهدة هذه الموجة يكون من المستحيل تحديد حالة الكم للمشع — أو حتى صفاتها الذرية. لكن إذا ترك الشعاع منطقة الإنارة وتحلل بواسطة مجال غير متجانس،

فإن شعاع الذرات الوحيدة التي في الحالة المثارة سيضيء. هذا الشعاع سيحتوي على عدد قليل نسبيًّا من الذرات، على مسافات واسعة مقارنة بالطول المحتمل لقطار الموجات المنبعثة.

ويكون إشعاعها عندئذ متطابقًا عمليًّا مع الإشعاع الصادر من منبع مستقل. وكان هذا الفعل للمجال المغناطيسي مفهومًا مادام اتبع الفرض بأن قوة تحليل الجهاز يمكن زيادتها بلا حدود بإنقاص عرض شعاع الذرات.